

問題4 ヲツキ

$r(0) = l, r'(0) = v'(0) = 0$ から $r(t) = R, r'(t) = v(t) = V$ まで前の式を積分すると、

$$\text{(左辺の積分)} = m \int_l^R \frac{dv}{dt} dr = m \int_0^V \frac{dr}{dt} dv = \frac{1}{2} m V^2$$

$$\begin{aligned} \text{(右辺の積分)} &= \int_l^R \left\{ \frac{m h^2 \cos^2 a}{r^3} + mg \sin a \cos a \right\} dr \\ &= \left[-\frac{m h^2 \cos^2 a}{2 r^2} + mgr \sin a \cos a \right]_l^R \\ &= \frac{m h^2 \cos^2 a}{2} \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{R^2} \right) + mg(R-l) \sin a \cos a \end{aligned}$$

- 3) 半径が平衡の状態より小さければ、角運動量保存則により回転の速度が速くなり、遠心力が大きくなり、斜面上向きの力を受けて上昇し、 r は大きくなる。半径が大きければ、同様に速度が遅くなり、遠心力が小さくなり、斜面下向きの力を受けて下降し、 r は小さくなる。これにより、質点は r_{\min} と r_{\max} の間を変化する。