No.

Date

問題3

1) 重心まわりの平板の慣性モーメントを考える

$$I_c = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{m}{ah} \cdot \left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 dx\,dy$$

$$= 2\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{0}^{\frac{h}{2}} \frac{m}{ah} (x^2+y^2)\,dx\,dy$$

$$= \frac{m}{a}\int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \left(\frac{h^2}{12}+y^2\right) dy$$

$$= \frac{2m}{a}\int_{0}^{\frac{a}{2}} \left(\frac{h^2}{12}+y^2\right) dy \quad = \frac{m}{12}(a^2+h^2)$$

平行軸の定理より、支持点まわりの平板の慣性モーメントIは

$$I = I_c + m\left(\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2\right) = \underline{\frac{m}{3}(a^2+h^2)}$$

2) 平板全体の運動エネルギーTは $T=\frac{1}{2}I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$ であり、

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}I\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - mg\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{h}{2}\right)^2}\cos\theta = 一定$$

両辺tで微分して

$$I\frac{d\theta}{dt}\cdot\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{2}mg\sqrt{a^2+h^2}\,\frac{d\theta}{dt}\sin\theta = 0$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{\frac{2}{3}\sqrt{a^2+h^2}}\sin\theta$$

単振り子は $\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta$ より

ひもの長さは $\underline{\frac{2}{3}\sqrt{a^2+h^2}}$